

cia. Señalemos, no obstante, que encara dos posibilidades esenciales para el futuro; 1º Desarrollo de una civilización autóctona y regional; 2º continuación de la "occidentalización"; pero Europa que, según él, y a pesar de un renacimiento aparente, está en decadencia, no puede ya servir de modelo".

G. FABRE.

\* El tomo segundo apareció en el año 1954.

*Hermann Weyl*, SYMMETRY, Princeton University Press, 1952, 168 páginas.

"Simetría" evoca por lo general la idea de cierta proporcionalidad armónica entre elementos en el espacio; recuerda a la geometría elemental y al arte. A partir de esta noción algo vaga, Hermann Weyl —famoso por sus contribuciones a las matemáticas y filosofía de la ciencia, fallecido recientemente— desarrolla gradualmente el concepto geométrico de simetría en sus distintas formas, como simetría bilateral, de traslación, rotacional, ornamental y cristalográfica, hasta llegar a la idea general de "grupo de transformaciones automórficas" que comprenden a todas ellas.

De la aparente aridez formal de una exposición matemática, surge un ensayo fascinante. Los abstractos principios de la simetría, ofrecen un campo de aplicación insospechado: al arte, en sus más variadas manifestaciones; a la biología, cristalografía, teoría de la relatividad y mecánica cuántica; al álgebra y la epistemología, la estética y la filosofía de las ciencias. Difícilmente podríamos imaginar un conjunto pro-

blemático más heterogéneo que, sin embargo, encuentra su perfecto enlace en la teoría de los grupos. Sin descuidar los aspectos teórico-matemáticos, el autor logra múltiples y acertadas ejemplificaciones, hacer asimilable el material aún a quienes carecen de educación matemática superior. La simetría bilateral, que tan conspicua resulta en la estructura de los animales superiores, especialmente en el hombre, y que matemáticamente recibe una definición estricta por medio de la reflexión, con respecto a un plano, constituye el tema central del primer capítulo. Las páginas iniciales de éste, ofrecen un detallado panorama de varias manifestaciones artísticas en las cuales la simetría bilateral constituye la nota dominante.

A través de distintas reproducciones gráficas, traza Weyl el desarrollo de la simetría heráldica en el antiguo Oriente; de Sumeria a Persia, Siria y Bizancio. Aquí, la simetría es estrictamente bilateral, contrastando con el Occidente, "donde el arte, como la vida misma, se inclina a mitigar, a modificar, y aún a quebrar toda rigidez simétrica". Esto es particularmente notorio en el ornamento artístico cristiano.

El simple reconocimiento de elementos simétricos en el arte, no satisface al genio filosófico de Weyl. Un problema se le plantea de inmediato. ¿En qué consiste el valor estético de la simetría? ¿Tiene éste su origen en la naturaleza que el hombre imita y perfecciona o, acaso, su fuente sea independiente de ella? Se inclina a creer, junto con Platón, que tal vez la idea matemática, constituye el origen común de ambas: "las leyes matemáticas que gobiernan la naturaleza son el origen de la simetría en ella, y la realización intuitiva en la mente creativa

del artista, constituye su origen en el arte”.

Antes de discutir los aspectos de simetría bilateral que ofrece la naturaleza, Weyl hace un paréntesis filosófico, necesario para la comprensión ulterior del texto. El problema que considera es el de la *filosofía matemática de derecha e izquierda*. De acuerdo con la terminología de Leibniz, derecha e izquierda son “indiscernibles”; son independientes de la estructura del espacio, y no obedecen sino a una convención. En general, dos configuraciones “automórficas” son indiscernibles. Aquí ya encontramos la explicación del importante concepto matemático de automorfismo: es toda transformación que preserva la estructura del espacio. En este sentido, reflexión en un plano (simetría bilateral), es un automorfismo. Weyl cita a Leibniz defendiendo el criterio científico del problema contra Clark, Newton y Kant, para quienes la oposición derecha-izquierda es esencial, ya por la existencia de un espacio absoluto (Newton), o por la concepción del espacio como forma de intuición (Kant). Al pensamiento científico también se opone el mítico, que ve en el contraste derecha-izquierda un símbolo de la polaridad del bien y del mal. Basta pensar en el doble significado de las palabras “derecho” y “sinistra”; se saluda con la mano derecha, etc... Incluso en pintura se ha creído encontrar en la derecha otro “Stimmungswert” (valor emotivo) que en la izquierda. Este punto de vista ha sido analizado por Heinrich Woelfflin. Weyl, quién no concede tanta seriedad al problema, sugiere la hipótesis de que la diferencia señalada esté conectada con nuestro hábito de leer de izquierda a derecha.

A la discusión filosófica siguen algunas consideraciones sobre física, donde la simetría derecha-izquierda se encuentra objetivada, no casualmente, sino “porque todo estado de equilibrio tiende siempre a lo simétrico”. Así, en el mundo inorgánico encontramos los cristales como ejemplos más significativos de simetría natural. De los 32 posibles sistemas cristalográficos, algunos pocos carecen de simetría bilateral. Entre estos se cuentan los cristales enantiomorfos (de forma contraria) que se dan en forma levo o dextro, cada una imagen óptica de la otra, como la mano izquierda de la derecha. Ambas formas aparecen también en la constitución química de los compuestos orgánicos, donde es lógico esperar una distribución uniforme de ellas. Sin embargo, nos encontramos aquí con una aparente diferencia intrínseca entre derecha-izquierda, que se manifiesta en la existencia de sólo una de las dos formas en distintos compuestos orgánicos.

De la asimétrica constitución química de los organismos vivos, algunos autores, entre ellos Pascual Jordán, han aventurado la hipótesis de que el origen de los organismos vivos no es debido a sucesos probabilísticos que pueden ocurrir aquí y allá, sino más bien a un hecho de características muy singulares, que presentándose accidentalmente una vez, engendra luego una avalancha catalítica, que preserva invariable una morfología enantiomorfa única.

De los problemas filogenéticos de derecha-izquierda, pasa Weyl a los ontogenéticos. ¿Fija, la primera división en dos células del huevo fertilizado, un plano medio, de modo que cada célula contenga la “potencialidad” de su lado?

¿Qué es lo que determina el plano de la primera división? Estas cuestiones más bien se dejan plateadas. El autor prefiere mostrar varios ejemplos de cómo los problemas biogenéticos son abordables con criterios geométricos.

Otro problema interesante es el de la inversión geno y fenotípica. De la primera se conocen algunos casos en los cuales se observa que la constitución genética de dos especies se encuentra en la misma relación que la constitución atómica de dos cristales enantiomorfos. Un ejemplo interesante de inversión genotípica se da en algunos crustáceos entre ellos la langosta. Esta presenta una asimetría morfológica y funcional en un par de tenazas, una mayor  $A$  y otra menor  $a$ .  $A$  es por lo general una tenaza derecha, que si se corta en un animal joven, presenta una regeneración inversa:  $a$  crece hasta las dimensiones de  $A$ , mientras que esta se regenera en el tipo  $a$ . Esta, y otras experiencias similares, muestran que el contraste derecha-izquierda, se relaciona profundamente con toda la problemática biogenética.

De la simetría bilateral llega, en el capítulo segundo, a tratar de formas geométricas de simetría más general. Previamente introduce algunas consideraciones matemáticas. Definen los importantes conceptos de "transformación" y "grupo". Para la descripción de la estructura del espacio introduce la noción de "congruencia". Las congruencias forman un subgrupo de las similitudes. Las congruencias que dejan fijo un punto  $O$ , se llaman "rotaciones" alrededor de  $O$ . Los tipos más sencillos de congruencia, que forman grupo, son las traslaciones. El "espejismo" (imagen simétrica de un espejo plano) y la "inversión" son transfor-

maciones no congruentes; es decir, la figura transformada no coincide por sobreposición con la original: determinan figuras enantiomorfas. En general, todo conjunto de "transformaciones" sobre elementos (no necesariamente geométricos) que cumplen con ciertas condiciones, forman un grupo. Ahora bien, si disponemos de cualquier configuración espacial  $F$ , una figura geométrica por ejemplo, todas las transformaciones (automorfismos) que la dejan invariable forman un grupo, y es este grupo el que describe exactamente todas las simetrías que posee  $F$ . De la idea de simetría bilateral a la de grupo de transformaciones se ha llegado por generalización natural, que consiste en reemplazar la reflexión con respecto a un plano por la de cualquier grupo de automorfismos. Entre éstos, Weyl, elige los más interesantes por sus aplicaciones al arte y a la naturaleza. Así, por ejemplo, las fajas ornamentales, que nos presentan las distintas manifestaciones plásticas del mundo antiguo, ofrecen ejemplos múltiples de simetrías obtenidas por *traslación* de un mismo motivo. A la *traslación* se agrega a veces la *reflexión*. Todas las posibilidades ornamentales pueden ser exhaustivamente analizadas por medio de la teoría de los grupos.

En el mundo orgánico la simetría de *traslación* ofrece variados ejemplos. También la música y la poesía sugieren aspectos simétricos (ritmo y métrica p. ej.), que, si bien no han sido analizados suficientemente, podrían ocultar estructuras formales abordables por la teoría de grupos. En este sentido ya se han hecho algunos ensayos. Antes de cerrar este capítulo, el autor ofrece algunas consideraciones muy interesantes sobre el desarrollo de la matemática griega y

renacentista con relación a la simetría.

El capítulo tercero presenta la parte más matematizada del libro, necesaria para el estudio de la simetría cristalográfica y ornamental en dos dimensiones. Mencionaremos sólo un dato histórico que consideramos de interés. Nos referimos al hecho de que las distintas posibilidades matemáticas de formar simetrías esencialmente diferentes en ornamentos bidimensionales, constituye un problema que recién en 1924 pudo ser resuelto. Son 17 en total, de las cuales algunas requieren profunda imaginación, casi inaccesible al tanteo práctico. Los Egipcios, sin embargo, realizaron los 17 tipos distintos, hazaña que constituye el momento más antiguo, dado en forma implícita, que conocemos de matemática superior.

El último capítulo está dedicado a la aplicación de los principios de simetría a cuestiones de física y matemáticas, en aspectos mucho más fundamentales de los comentados hasta ahora, y de ricas proyecciones filosóficas. La teoría de la relatividad, y la mecánica de los cuantos, dan pie al autor para mostrar la enorme importancia que ha adquirido la idea de simetría en ciencias modernas. Al respecto, dos consideraciones epistemológicas merecen especial atención. La primera es consecuencia del siguiente principio general: "Si las condiciones que determinan unívocamente sus efectos poseen ciertas simetrías, entonces los efectos exhiben las mismas simetrías". Es por ello que Arquímedes concluye a priori, que brazos iguales equilibran pesos iguales. Este, y otros ejemplos, conducen al autor a la osada afirmación: "*Considero que todos los enunciados*

*físicos a priori, tienen su origen en la simetría*".

La morfología de los cristales, puesta al desnudo por los conocidos experimentos de Laue, que verifican la hipótesis de su estructura atómico-reticular, puede tratarse en forma "discreta" o "continua", según el cálculo que se adopte para describirla. He aquí, según Weyl, la fuente de un problema epistemológico de vastas implicaciones. Las características geométricas visibles de los objetos físicos, por lo general están dadas por su constitución y su medio. Los ejemplos de la cristalografía, química y genética, sugieren que esta dualidad, que en biología está dada por los geno y fenotipos, esté íntimamente relacionada con la distinción hecha entre lo discreto y lo continuo.

Finalmente concluye Weyl con un examen retrospectivo de lo tratado: arte, biología, cristalografía, física, matemática, etc. Todo aquello que ofrece una "estructura" permite un análisis profundo de su constitución, si podemos determinar el grupo de automorfismos, es decir, el grupo de aquellas transformaciones de sus elementos que dejen todas las relaciones estructurales invariables.

"La simetría —concluye— constituye un vasto tema, significativo en el arte y la naturaleza. Su raíz se encuentra en la matemática, y difícilmente podríamos haber encontrado un mejor ejemplo para ver a lo vivo de cómo trabaja el intelecto matemático. Espero no haber fallado en mi propósito de darles una indicación de sus muchas ramificaciones, y conduciéndolos hasta lo alto, desde los conceptos intuitivos a las ideas más abstractas". Weyl, creemos, cumplió con éxito su propósito.

Debido a la forzosa brevedad del co-

mentario, muchos aspectos del libro no han podido ser reseñados. Pero, nuestra intención ha sido, más bien, llamar la atención hacia un libro cuya lectura depara interesantísimas y profundas experiencias filosóficas.

JUAN WOLFES.

*H. H. Joachim*. LOGICAL STUDIES.  
Clarendon Press, 1948.

El profesor Joachim pertenece al grupo de los idealistas ingleses que con Green, Bradley y Bosanquet a la cabeza defienden una filosofía de lo concreto, una filosofía que se opone esencialmente a la ciencia no por determinaciones exteriores o arbitrarias (al modo de las ingenuidades históricas o los artificios sistemáticos), sino por razones que arrancan de la naturaleza misma del pensamiento. Su libro (lecciones ordenadas y publicadas después de su muerte) contiene, principalmente, un bosquejo de la concepción de la lógica a que conduce esta idea de la filosofía, además de una crítica de la concepción según la cual el conocimiento se divide en inmediato y discursivo, una crítica de las excepciones subjetivistas y objetivistas de la verdad y el juicio, y, por último, una exposición y defensa de la concepción idealista del juicio y de la verdad.

El primero de los tres estudios se inicia con una refutación de la concepción tradicional de la lógica como arte del pensar correcto, concepción que, como es sabido, ha sido ampliamente criticada por la tradición de pensamiento lógico que arranca de Bolzano y que alcanza su expresión superior en las *Investigaciones Lógicas* de Husserl. Pero los argumentos de Joachim son independientes de una visión de la lógica como ciencia del pensa-

miento, concepción que rechaza él como infundada e imposible, debido a que el pensamiento constituye uno de los aspectos subjetivos dentro de la totalidad concreta del conocimiento y que "una entidad de esta especie (... cualquiera sea la descripción que se nos dé en los textos de psicología) no es objeto posible de un estudio en cualquier sentido y en absoluto". De esta manera, la lógica no es arte ni ciencia en el sentido aludido.

Una correcta concepción de la lógica no puede, sin quedarse como una concepción vacía, dejar de lado el carácter filosófico de esta disciplina y, por ello, tiene que sostener la índole concreta de su objeto y la naturaleza reflexiva y crítica de su método. Así, el objeto de la lógica no resulta de abstracciones dentro del conocimiento ni de una visión de tipo objetivista que proponga un universo lógico ideal; el objeto de la lógica es la totalidad concreta del conocimiento y, por lo tanto, es tarea del filósofo en cuanto lógico "investigar las condiciones universales sin las cuales nada puede ser ni ser en absoluto pensado", es decir, las condiciones necesarias y suficientes, no solamente de la validez, sino, más exactamente, de la verdad. Porque la verdad no es algo más allá del pensamiento a lo cual le ocurra ser pensado así como a un objeto manual le ocurre ser aprehendido, ni es algo que resulte meramente del ejercicio legítimo de una facultad subjetiva, sino un hecho espiritual, una totalidad concreta que comprende dentro de sí, como aspectos o momentos, lo subjetivo y lo objetivo. Verdad y conocimiento aluden al mismo hecho espiritual, pero enfatizan (en el uso ordinario de estos términos) el momento del objeto y del sujeto, res-